

Bernoulli 方程式(Bernoulli's equation)

將 Euler 運動方程式中移流項的 x 成份改寫成

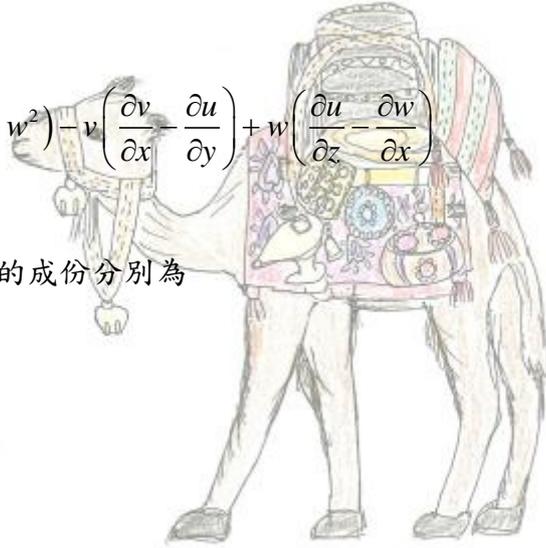
$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) - v \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

令 $u^2 + v^2 + w^2 = v^2$ ，又因 $\nabla \times \mathbf{v}$ 的 y、z 的成份分別為

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}$$

因此上式右邊可寫成

$$\frac{1}{2} \nabla v^2 - \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v})$$



載滿珠寶的駱駝

而將 Euler 運動方程式改寫成 2011 埃及尼羅河之旅

$$\frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla \left(\frac{1}{2} v^2 \right) - \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} = F - \frac{\nabla p}{\rho} \quad (1)$$

$\nabla(v^2/2)$ 相當於單位質量的運動能量梯度， $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v}$ 是渦度向量，其 x、y、z 成份分別為

$$\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \quad \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

$\boldsymbol{\omega} \neq 0$ 時的運動稱為回轉運動(渦運動)。當 $\boldsymbol{\omega} = 0$ 時，速度勢函數 ϕ 存在

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈

當流體存在於重力作用時，外力 F 以 $\nabla \Omega$ (Ω 為速度勢) 表示時，令

$$\chi = \int \frac{dp}{\rho} + \Omega + \frac{1}{2} \nabla v^2$$

則(1)式可改寫成

$$\frac{\partial v}{\partial t} - v \times \omega = \nabla \chi$$

運動為非回轉運動時， $\omega=0$ ， $v=\nabla\phi$ ，上式變為

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla \phi = \nabla \chi$$

即

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \chi = \text{const}$$

常數 Const 對空間座標為一定，係時間 t 的函數，即



載滿貨品的駱駝

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \Omega \pm \int \frac{dp}{\rho} = c(t)$$

上式稱為 Bernoulli 方程式亦稱為壓力方程式。



載滿貨品的驢子

[回分類索引](#)

[回海洋工作站](#)



阿拉丁神燈